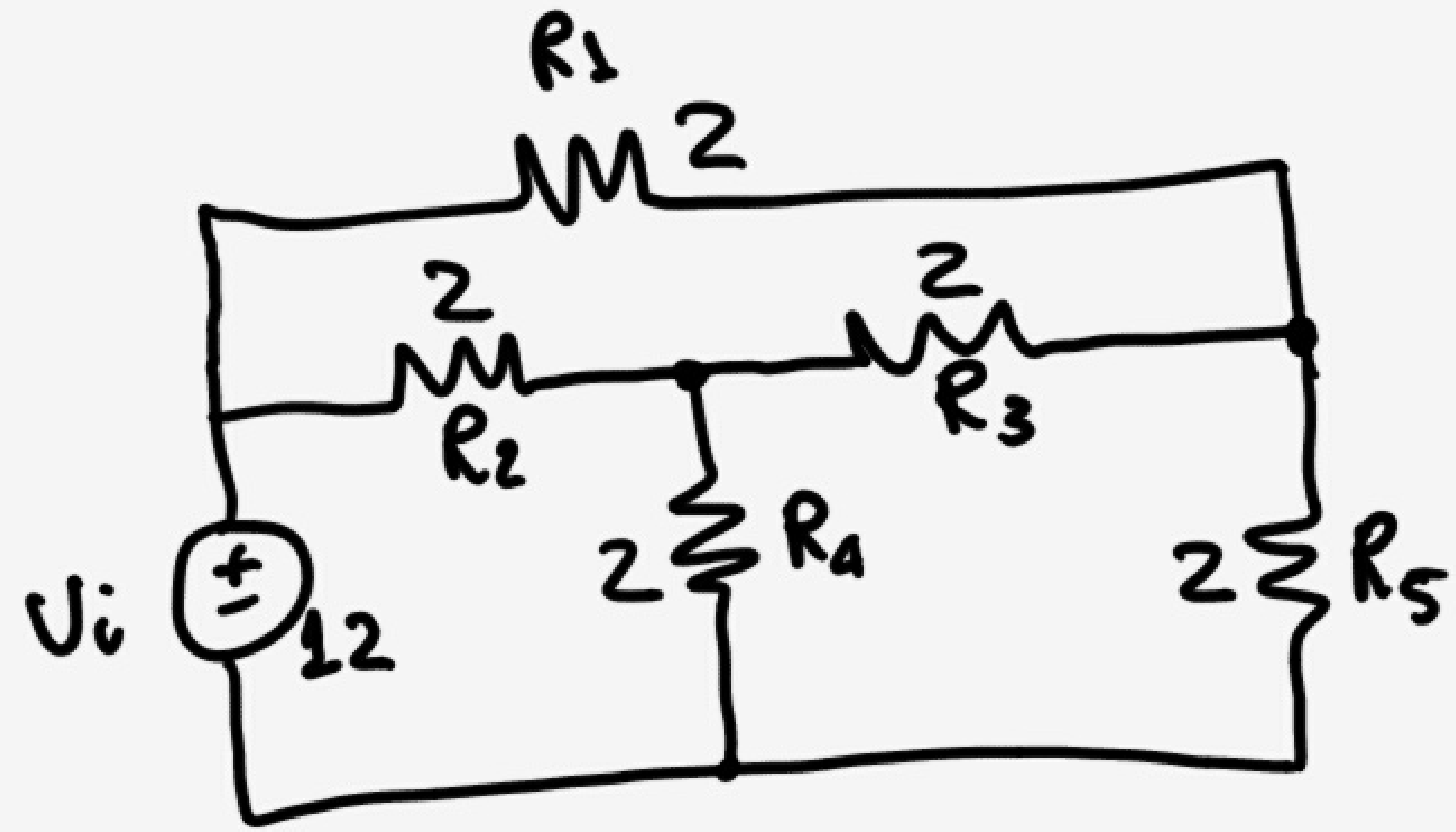
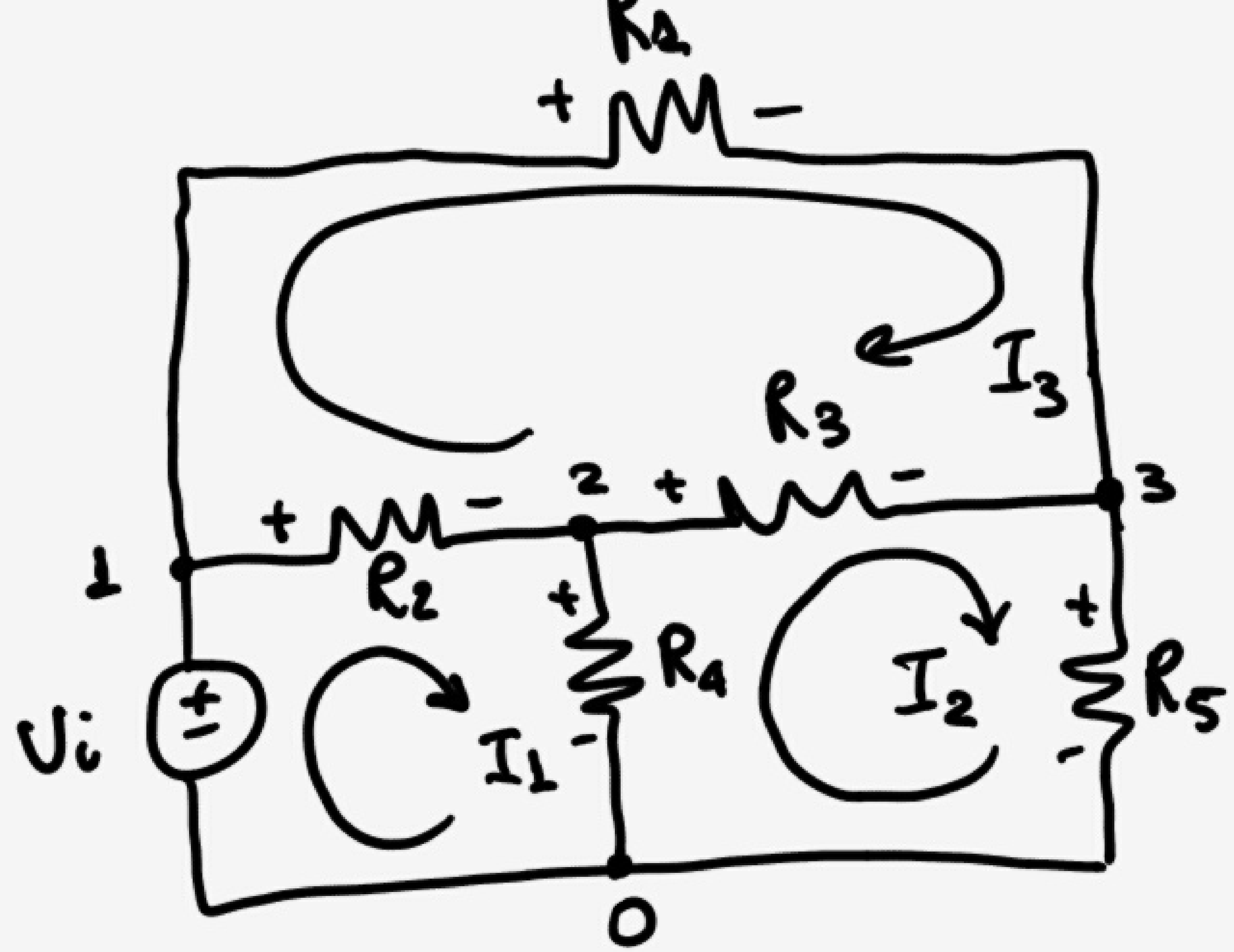
Utilizando el método de análisis por corrientes de malla, hallar los voltajes V_1 y V_2.



Solución:

1er Paso: definir las respectivas mallas y las corrientes para cada una de ellas.



Malla 1: 1-2-0-1 Malla 2: 2-3-0-2 Malla 3: 1-3-2-1

2do Paso: Plantear la ley de voltajes de Kirchoff para cada uno de las mallas.

Previo a la escritura de las ecuaciones, definimos una polaridad para cada uno de los voltajes del circuito. En este caso aceptamos como potencial positivo al que cuando la corriente de análisis cruza el elemento, lo hace del terminal positivo al negativo.

LVK en malla 1: $-V_i + V_{R_2} + V_{R_4} = 0$ (1)

LVK en malla 2: $-V_{R_4} + V_{R_3} + V_{R_5} = 0$ (2)

LVK en malla 3: $V_{R_1} - V_{R_2} - V_{R_3} = 0$ (3)

3er Paso: Aplicamos la ley de Ohm en cada una de las resistencias.

Se debe tener en cuenta el sentido de las corrientes, igual que en el paso anterior:

$$V_{R_1} = I_3 R_1 = 2 I_3 \quad (4)$$

$$V_{R_2} = (I_1 - I_3) R_2 = 2(I_1 - I_3) = 2I_1 - 2I_3 \quad (5)$$

$$V_{R_3} = (I_2 - I_3) R_3 = 2(I_2 - I_3) = 2I_2 - 2I_3 \quad (6)$$

$$V_{R_4} = (I_1 - I_2) R_4 = 2(I_1 - I_2) = 2I_1 - 2I_2 \quad (7)$$

$$V_{R_5} = I_2 R_5 = 2 I_2 \quad (8)$$

4to Paso: sustituir los voltajes en las resistencias en las ecuaciones de malla

5 y 7 en 1

$$2I_1 - 2I_3 + 2I_1 - 2I_2 - V_i = 0$$

$$4I_1 - 2I_2 - 2I_3 = 12 \quad 9$$

6, 7 y 8 en 2:

$$-(2I_1 - 2I_2) + 2I_2 - 2I_3 + 2I_2 = 0$$

$$-2I + 6I_2 - 2I_3 = 0 \quad 10$$

4, 5 y 6 en 3:

$$2I_3 - (2I_1 - 2I_3) - (2I_2 - 2I_3) = 0$$

$$-2I_1 - 2I_2 + 6I_3 = 0 \quad 11$$

Con las ecuaciones 9, 10 y 11 construimos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 6 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ \emptyset \\ \emptyset \end{pmatrix} \xRightarrow{1/2} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ \emptyset \\ \emptyset \end{pmatrix}$$

Resolviendo para las corrientes:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2\left(3\times 3-(-1\times -1)\right) - (-1)\left(-1\times 3-(-1\times -1)\right)$$

$$-1\left(-1\times -1-(3\times -1)\right)$$

$$= 2(9-1) + (-3-1) - (1+3)$$

$$= 16 - 4 - 4$$

$$\Delta = 8$$

$$\Delta I_1 = \begin{vmatrix} 6 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 6\left(3\times 3 - (-1\times -1)\right) = 6(9-1) = 48$$

$$\Delta I_2 = \begin{vmatrix} 2 & 6 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -6\left(-1\times 3 - (-1\times -1)\right) = -6(-3-1) = 24$$

$$\Delta I_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 6 \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 6\left(-1\times -1 - (3\times -1)\right) = 6(1+3) = 24$$

$$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{48}{8} = 6\ A \qquad I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{24}{8} = 3A \qquad I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta} = 3A$$

$$I_1 = 6\ A \qquad I_2 = I_3 = 3A$$

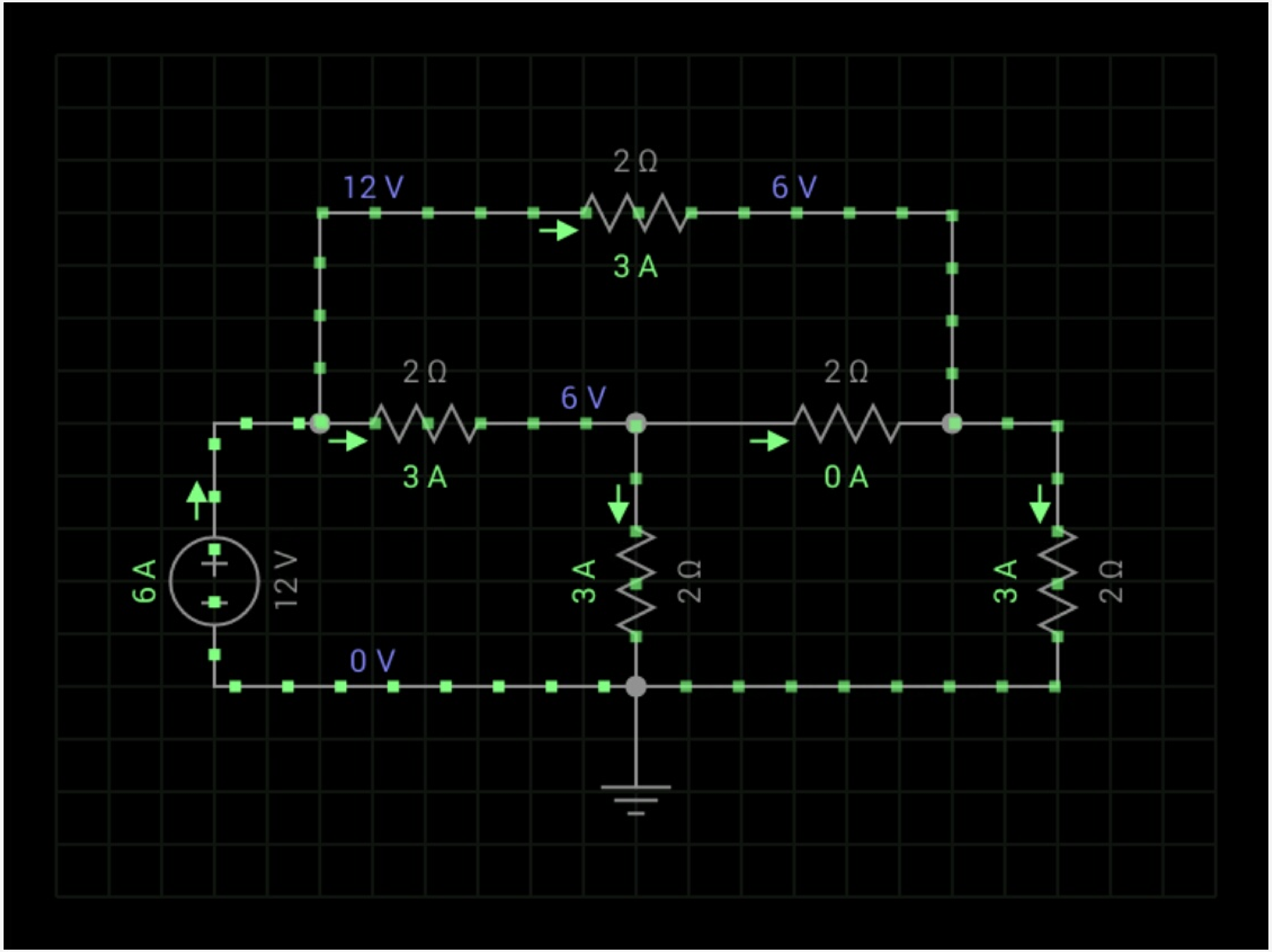
Calculando los voltajes solicitados:

$$V_1 = V_{R1} = I_3 R_1 = 2 \times 3 = 6V$$

$$V_1 = 6V$$

$$V_2 = V_{R5} = I_2 R_5 = 2 \times 3 = 6V$$

$$V_2 = 6V$$



2 Ω
12 V
6 V
3 A
2 Ω
6 V
2 Ω
3 A
0 A
6 A
12 V
3 A
2 Ω
3 A
2 Ω
0 V