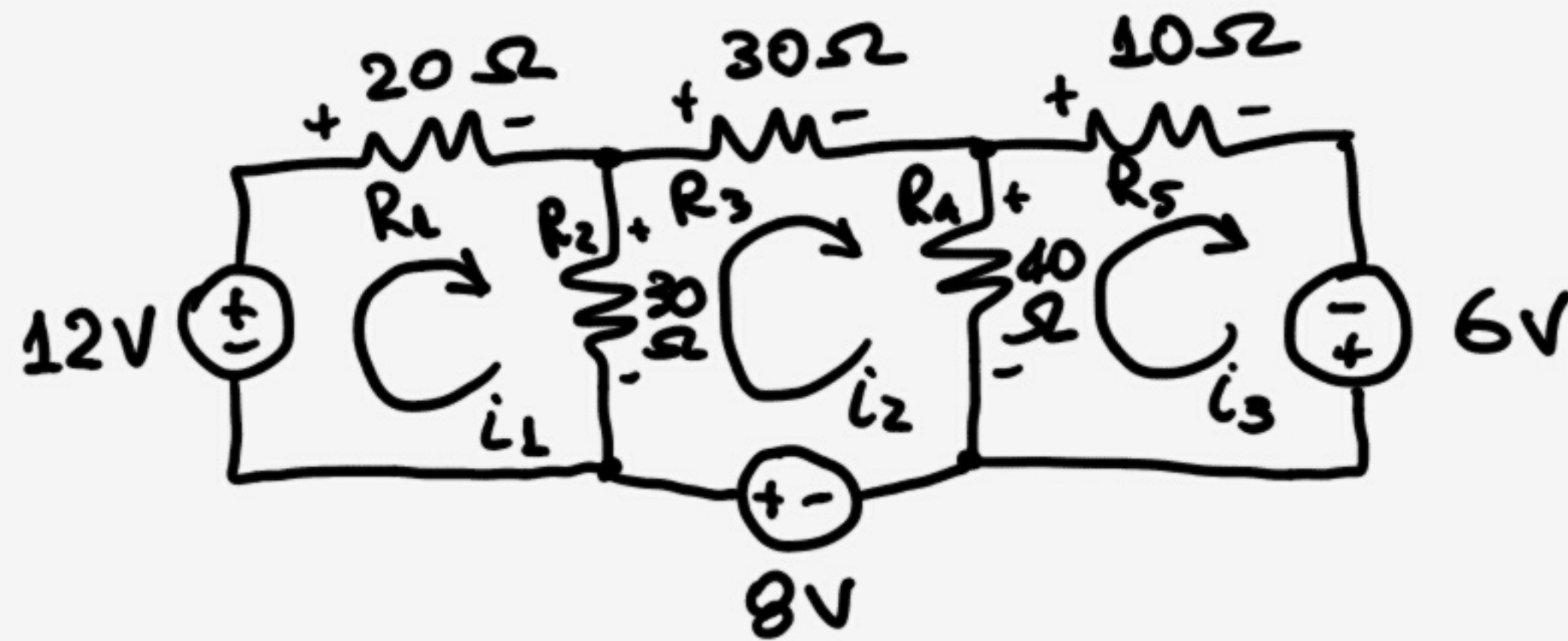


Determinar en el circuito las corrientes de malla i_1 , i_2 e i_3 .



Solución:

1^{er} Paso: plantear la LVR para cada una de las mallas propuestas por las corrientes. Recordar polarizar los potenciales en las resistencias, y tener en cuenta el sentido de la corriente. Si esta cruza de $-$ a $+$,

el potencial es negativo, si de + a -, positivo.

$$\text{LVR Malla 1: } -12 + V_{R_1} + V_{R_2} = 0 \Rightarrow V_{R_1} + V_{R_2} = 12 \quad (1)$$

$$\text{LVR Malla 2: } -8 - V_{R_2} + V_{R_3} + V_{R_4} = 0 \Rightarrow -V_{R_2} + V_{R_3} + V_{R_4} = 8 \quad (2)$$

$$\text{LVR Malla 3: } -6 - V_{R_4} + V_{R_5} = 0 \Rightarrow -V_{R_4} + V_{R_5} = 6 \quad (3)$$

2^{do} Paso: aplicamos la Ley de Ohm para cada resistencia.

$$V_{R_1} = i_1 R_1 = 20 i_1 \quad (4)$$

$$V_{R_5} = R_5 i_3 = 10 i_3 \quad (8)$$

$$V_{R_2} = R_2 (i_1 - i_2) = 30 i_1 - 30 i_2 \quad (5)$$

$$V_{R_3} = i_2 R_3 = 30 i_2 \quad (6)$$

$$V_{R_4} = R_4 (i_2 - i_3) = 40 i_2 - 40 i_3 \quad (7)$$

3er Paso: Reemplazar los voltajes de resistencia en las ecuaciones de malla.

④ y ⑤ en ①:

$$20i_1 + 30i_1 - 30i_2 = 12 \Rightarrow 50i_1 - 30i_2 = 12 \quad \text{⑧}$$

⑤, ⑥ y ⑦ en ②:

$$-30i_1 + 30i_2 + 30i_2 + 40i_2 - 40i_3 = 8$$

$$-30i_1 + 100i_2 - 40i_3 = 8 \quad \text{⑨}$$

⑥ y ⑦ en ③:

$$-40i_2 + 40i_3 + 50i_3 = 6 \Rightarrow -40i_2 + 90i_3 = 6 \quad \text{⑩}$$

De las ecuaciones ⑧, ⑨ y ⑩, construimos el sistema matricial:

$$\begin{pmatrix} 50 & -30 & 0 \\ -30 & 100 & -40 \\ 0 & -40 & 50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema matricial:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 50 & -30 & 0 \\ -30 & 100 & -40 \\ 0 & -40 & 50 \end{vmatrix} = 50(50 \times 100 - (40 \times 40)) + 30(-30 \times 50) \\ &= 50(5000 - 1600) - 30 \times 1500 \\ &= 50(3400) - 45000 \\ &= 170000 - 45000 \\ \Delta &= 125000 \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 12 & -30 & 0 \\ 8 & 100 & -40 \\ 6 & -40 & 50 \end{vmatrix} = 12(5000 - 1600) + 30(400 + 240)$$
$$= 12 \times 3400 + 30 \times 640 = 60000$$

$$\Delta_1 = 60000$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 50 & 12 & 0 \\ -30 & 8 & -40 \\ 0 & 6 & 50 \end{vmatrix} = 50(400 + 240) - 12(-1500)$$
$$= 50 \times 640 + 12 \times 1500$$
$$= 50000$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 50 & -30 & 12 \\ -30 & 100 & 8 \\ 0 & -40 & 6 \end{vmatrix} = 50(600 + 320) + 30(-180) + 12(1200)$$

$$= 50 \times 920 - 30 \times 180 + 12 \times 1200$$

$$\Delta_3 = 55000$$

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{60000}{125000} = \frac{12}{25} \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{50000}{125000} = \frac{2}{5} \text{ A}$$

$$i_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{55000}{125000} = \frac{11}{25} \text{ A}$$

