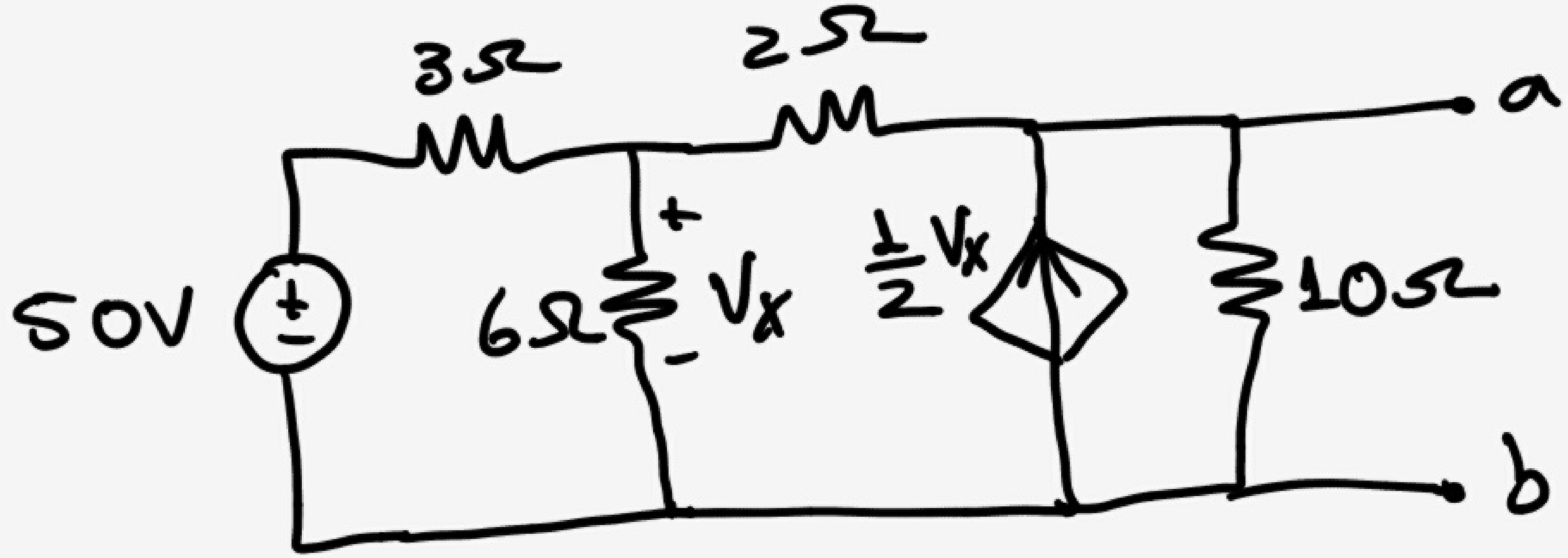
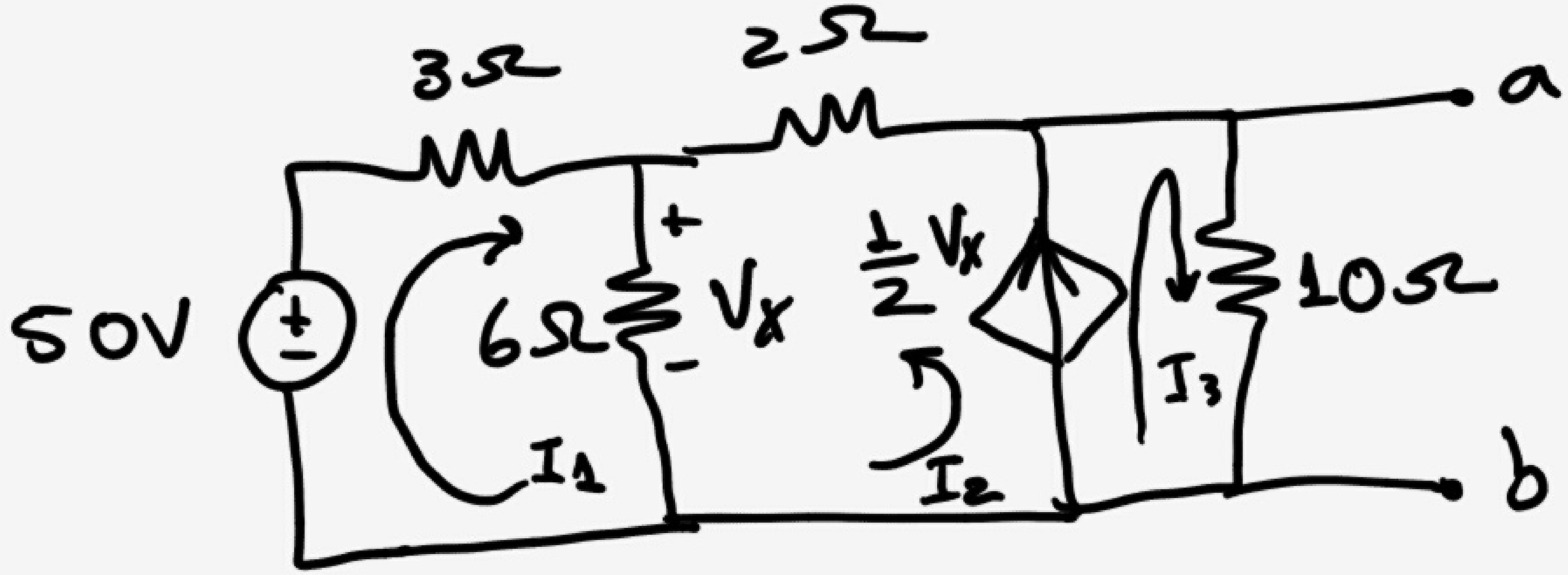
Hallar el equivalente Thévenin y Norton del siguiente circuito entre los puntos a y b:



Solución:

Encontraremos el voltage de circuito abierto, es decir, el voltaje sobre los puntos a y b, o lo que es lo mismo, el voltage sobre la resistencia de 10 Ω:



Utilizando corriente de mallas:

LVK en malla ①:

$$-50 + 3I_1 + 6(I_1 + I_2) = 0 \Rightarrow 9I_1 + 6I_2 = 50 \quad (1)$$

LVK en malla ②: $-V_{ab} + 2I_2 + 6(I_2 + I_1) = 0$

$$6I_1 + 8I_2 = V_{ab} \quad (2)$$

LVK en malla 3: $-V_{ab}+10I_3=0 \Rightarrow V_{ab}=10I_3$ 3

El sistema de ecuaciones es:

$$9I_1+6I_2=50$$
$$6I_1+8I_2-10I_3=0$$

Tenemos un sistema de 2 ecuaciones con 3 incógnitas, por lo que necesitamos más ecuaciones. Revisando la corriente que circula por la fuente dependiente:

$$\frac{1}{2}V_x = I_2 + I_3 \quad (4)$$

El voltaje V_x es: $V_x=6(I_1+I_2)$ 5

5 en 4 :

$$3(I_1+I_2)=I_2+I_3$$

$$3I_1+2I_2-I_3=0 \quad (6)$$

Por lo que el sistema de ecuaciones será:

$$\begin{aligned} 9I_1+6I_2&=50 \\ 6I_1+8I_2-10I_3&=0 \\ 3I_1+2I_2-I_3&=0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 9 & 6 & 0 \\ 6 & 8 & -10 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 50 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Puntualmente necesitamos I_3, por lo que resolvemos para esa corriente:

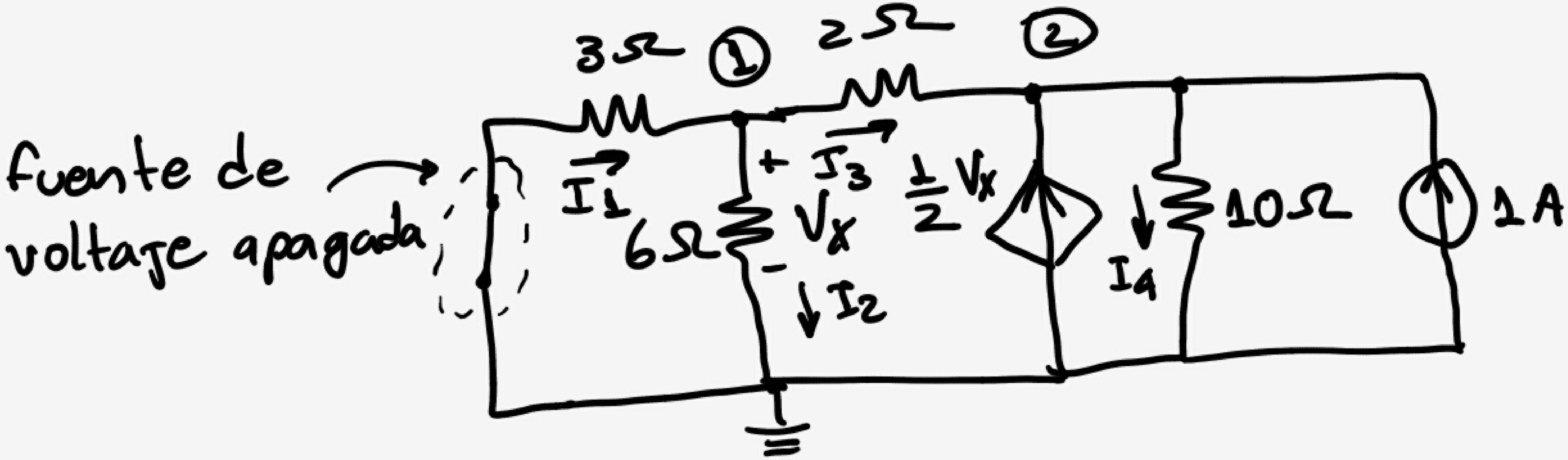
$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 6 & 50 \\ 6 & 8 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & 6 & 0 \\ 6 & 8 & -10 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{50 \times (12-24)}{-(-10)(9\times 2 - 6\times 3) + (-1)(9\times 8 - 6\times 6)} = \frac{-600}{-36}$$

$$I_3 = \frac{50}{3}\ A$$

Hallando Vab: $V_{ab} = 10 I_3 = 10 \times \frac{50}{3} = \frac{500}{3}\ V$

Para encontrar la resistencia equivalente, ubicamos una fuente dummie independiente, sea de voltaje o corriente, dado que tenemos fuentes dependientes en el circuito.

Trabajaremos con una fuente dummie de corriente de 1 A y apagamos todas las fuentes independientes:



Utilizando el método de voltajes de nodos:

LCK en nodo ①: $I_1 = I_2 + I_3$ ① $I_1 = -\frac{V_x}{3}$ ② $I_2 = \frac{V_x}{6}$ ③

$I_3 = \frac{V_x - V_2}{2}$ ④

2, 3 y 4 en 1:

$$-\frac{V_x}{3} = \frac{V_x}{6} + \frac{V_x - V_2}{2}$$

$$-2V_x = V_x + 3V_x - 3V_2$$

$$6V_x - 3V_2 = 0 \qquad (5)$$

LCK en nodo 2:

$$I_3 + \frac{1}{2}V_x + 1 = I_4 \quad (6) \qquad I_4 = \frac{V_2}{10} \quad (7)$$

4 y 7 en 6:

$$\frac{V_x - V_2}{2} + \frac{V_x}{2} + 1 = \frac{V_2}{10} \Rightarrow 10V_x - 6V_2 = -10 \quad (8)$$

El sistema de ecuaciones será:

$$6V_x - 3V_2 = 0$$

$$10V_x - 6V_2 = -10$$

$2 \times (5) - (8)$:

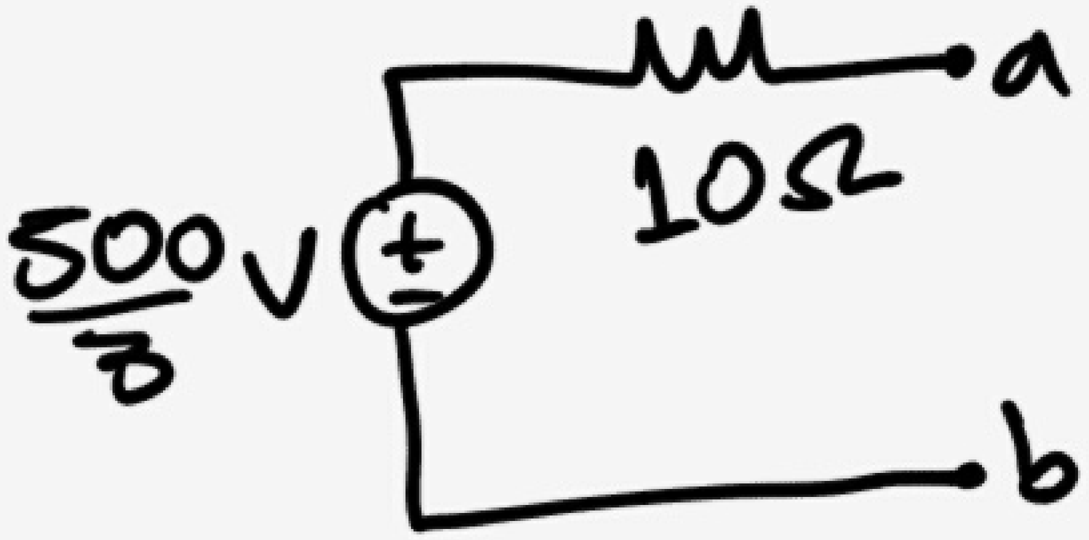
$$2V_x = 10 \quad \Rightarrow \quad V_x = 5\,V$$

De (5): $V_2 = \dfrac{6V_x}{3} = 2V_x$

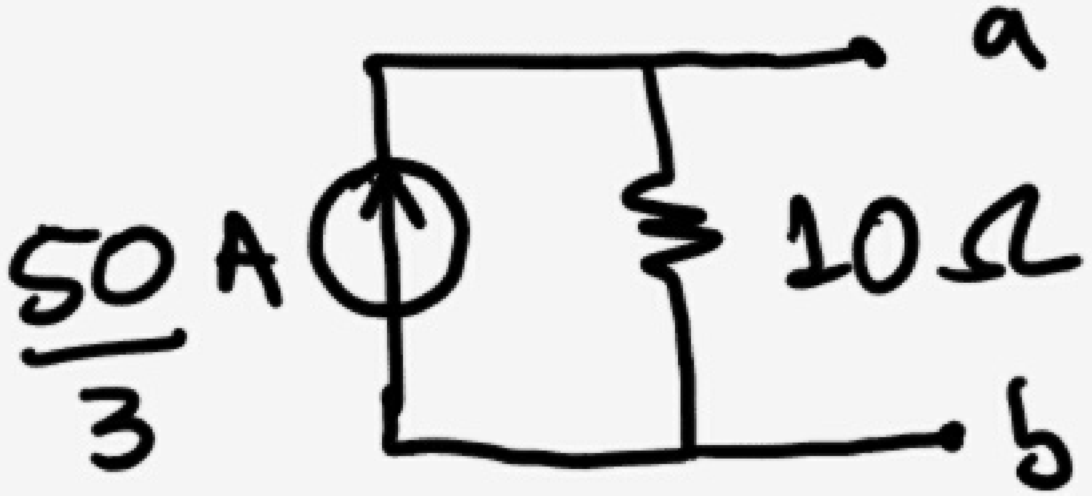
$$V_2 = 10\,V$$

La resistencia Thévenin será: $R = \dfrac{V_2}{I} = \dfrac{10\,V}{1\,A} = 10\,\Omega$

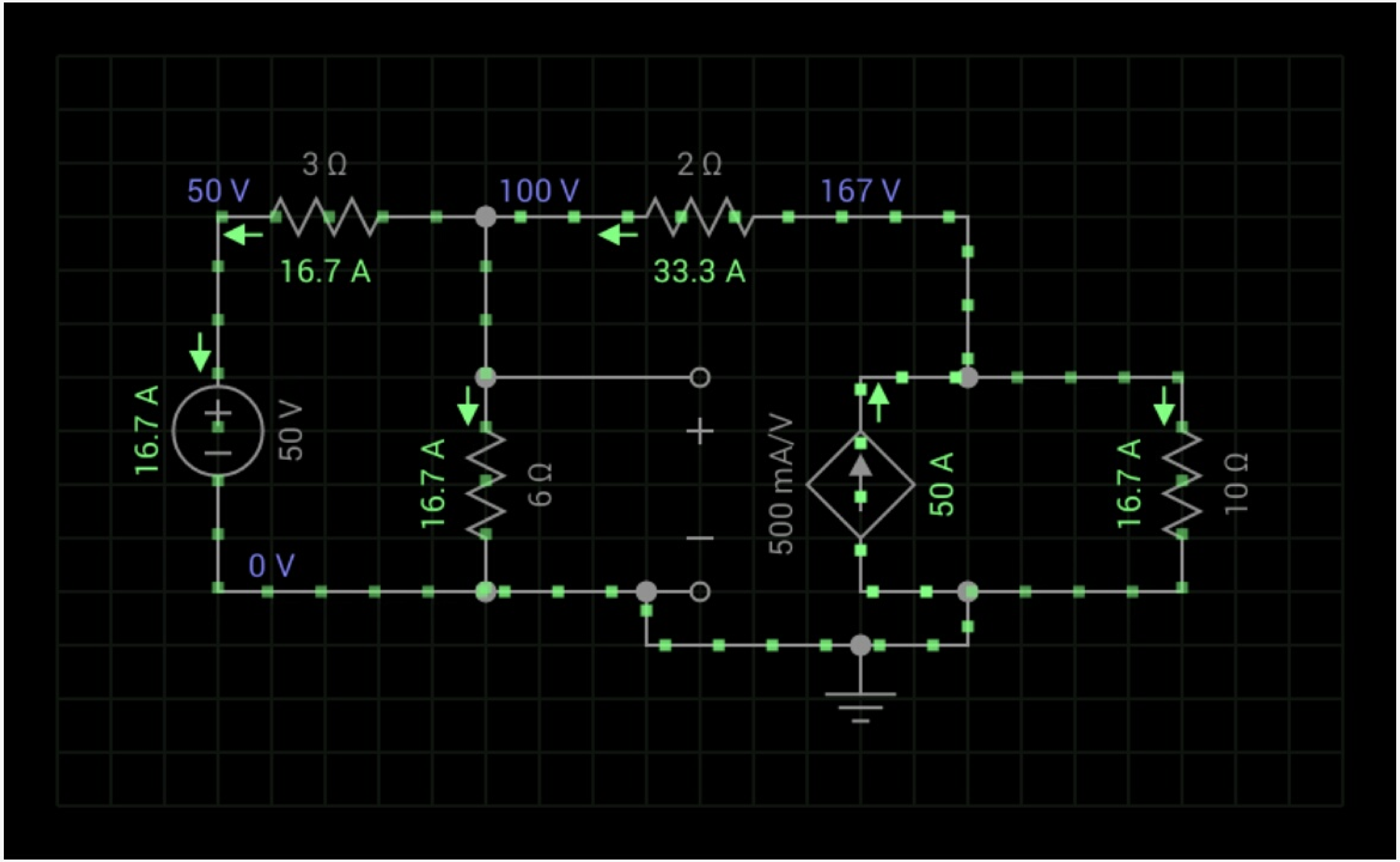
El circuito equivalente Thévenin será:

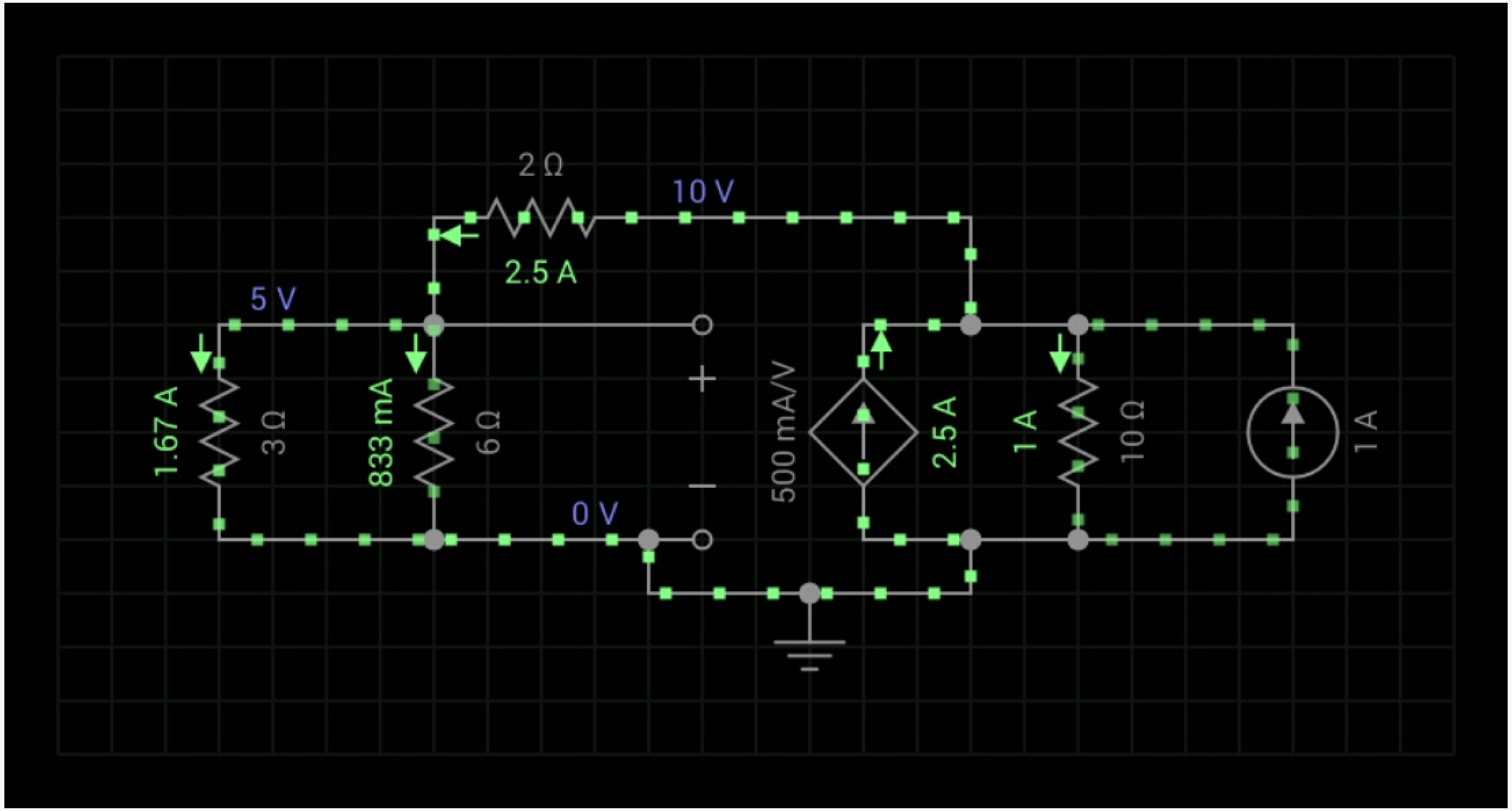


Realizando una transformación de fuentes obtenemos el equivalente Norton:



$$I = \frac{V}{R} = \frac{\frac{500}{3}}{10} = \frac{50}{3}\ \text{A}$$


3 Ω
50 V
100 V
2 Ω
167 V
16.7 A
33.3 A
16.7 A
50 V
16.7 A
6 Ω
+
−
500 mA/V
50 A
16.7 A
10 Ω
0 V


2 Ω
10 V
2.5 A
5 V
1.67 A
3 Ω
833 mA
6 Ω
0 V
+
−
500 mA/V
2.5 A
1 A
10 Ω
1 A